

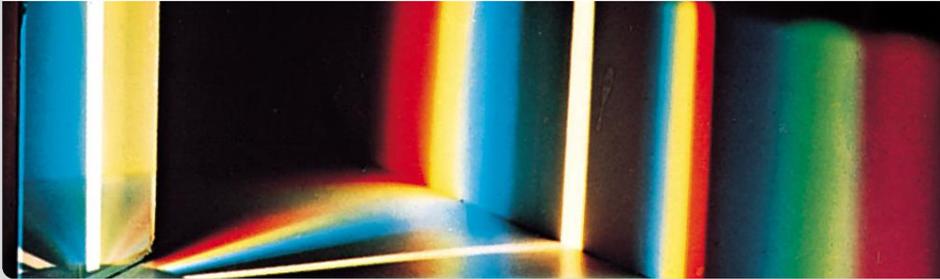


KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Optoelektronische Messtechnik

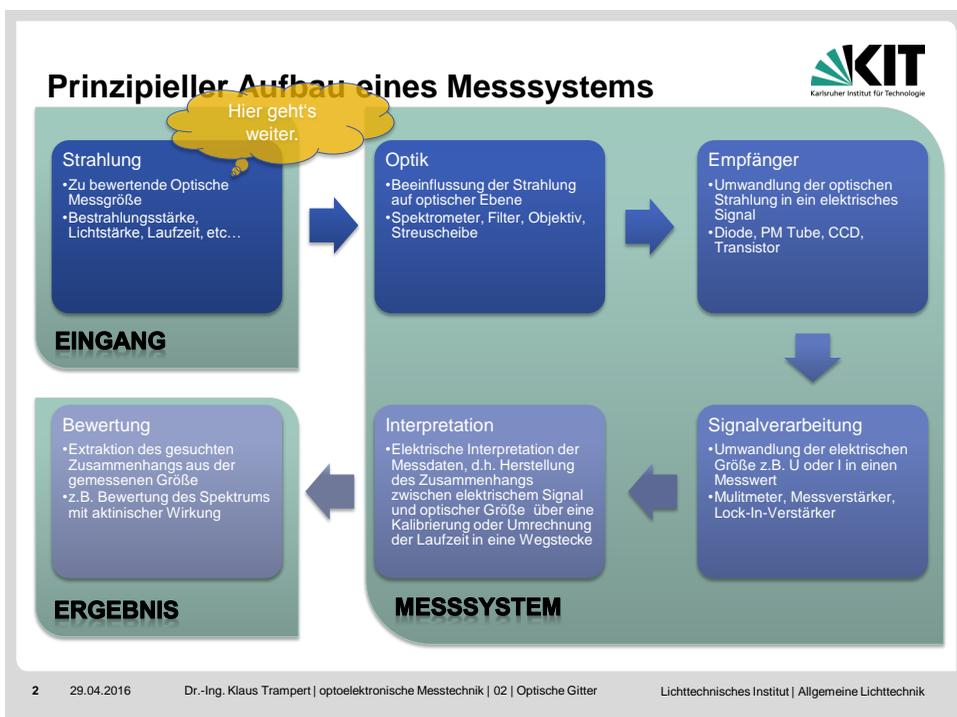
Vorlesung | 2
Optische Gitter

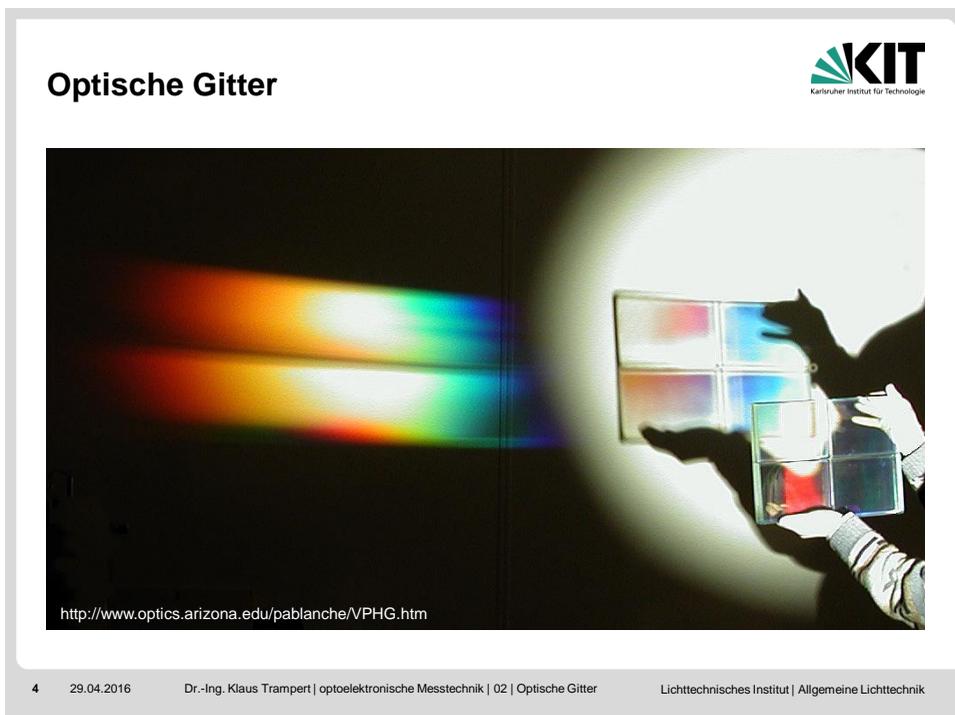
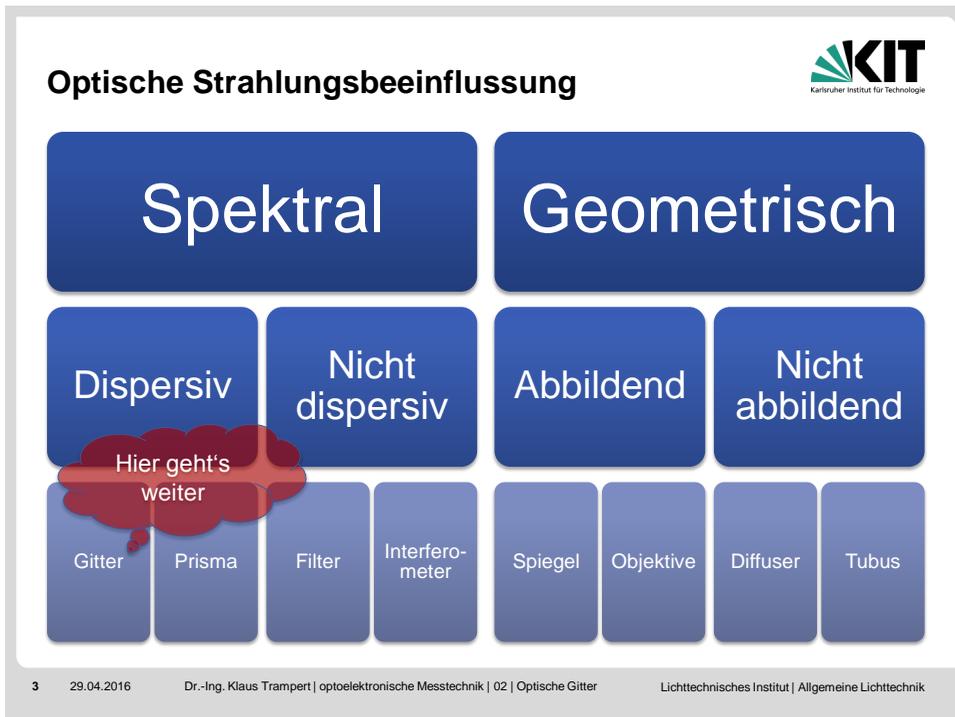
LTI | Lichttechnisches Institut



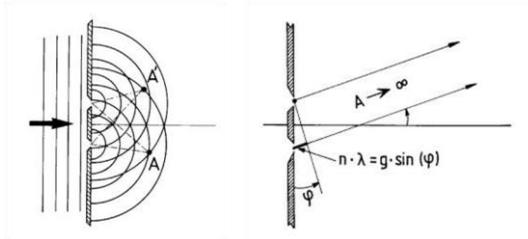
KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und
nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft

www.kit.edu





Prinzip des Gitters



- Jeder einzelne Spalt führt zu einer *Beugung*
- Optische Gitter basieren auf dem Prinzip der Interferenz.
- Beugung an vielen Spalten
- Jede Furche bzw. Spalt ist Ausgangspunkt einer Kugelwelle
- Interferenz der Kugelwellen bei ganzzahligem Gangunterschied
- Überlagerung der Gangunterschiede in bestimmten Winkeln
- Winkeldispersion

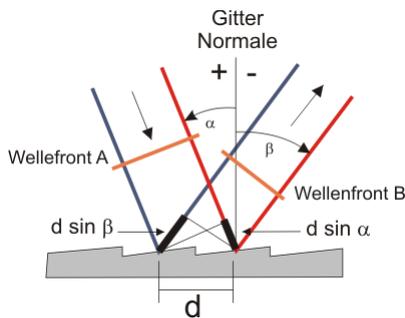
5

29.04.2016

Dr.-Ing. Klaus Trampert | optoelektronische Messtechnik | 02 | Optische Gitter

Lichttechnisches Institut | Allgemeine Lichttechnik

Gittergleichung



Gangunterschied der Fronten
 $d \cdot \sin(\alpha) + d \cdot \sin(\beta)$

Interferenzbedingung (Gittergleichung)
 $m \cdot \lambda = d \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\beta))$

- Die Wellenfront A wird nach der Reflexion zur Wellenfront B, wenn die Interferenzbedingung erfüllt ist, d.h. wenn der Gangunterschied zwischen den Wellen ein ganzzahliges Vielfaches m der Wellenlänge λ ist.

- α = Einfallswinkel
- β = Ausfallswinkel
- d = Gitterkonstante
- m = Ordnung
- λ = Wellenlänge

6

29.04.2016

Dr.-Ing. Klaus Trampert | optoelektronische Messtechnik | 02 | Optische Gitter

Lichttechnisches Institut | Allgemeine Lichttechnik

Gittergleichung

Beugungsgitter:

Für jede regelmäßige Anordnung von $N \geq 2$ parallelen Spalten der Breite b erhält man für eine Intensitätsverteilung, die bestimmt ist durch

- Interferenz zwischen den Bündeln der verschiedenen Spalte und
- Intensitätsverteilung durch Beugung an jedem einzelnen Spalt

Für Spaltbreite b und Abstand d erhält man bei senkrechtem Einfall:

Beugung am Gitter
(N beleuchtete Spalte)

$$\frac{I(\theta)}{I_{\max}} = \underbrace{\frac{1}{N^2} \cdot \frac{\sin^2[N\pi(d/\lambda)\sin\theta]}{\sin^2[\pi(d/\lambda)\sin\theta]}}_{\text{Interferenzterm}} \cdot \underbrace{\frac{\sin^2 \pi b/\lambda \sin \theta}{(\pi b/\lambda \sin \theta)^2}}_{\text{Spaltfunktion}}$$

Gittergleichung

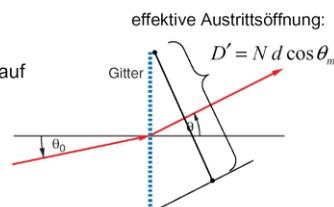
Gittergleichung: Die Hauptmaxima liegen bei $\sin[\pi(d/\lambda)\sin\theta]=0$
das heißt für senkrechten Einfall:

$$\sin \theta = \pm \frac{m \cdot \lambda}{d}; \quad \text{mit } m = 0, 1, 2, \dots$$

im allgemeinen Fall (Einfallswinkel θ_0 auf Gitter berücksichtigt):

$$(\sin \theta - \sin \theta_0) = \pm \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

⇒ gilt auch für Reflexionsgitter



Für großes N (Zahl der Spalte bzw. Striche) wird die Breite der Maxima sehr klein; gleichzeitig nimmt die Intensität der Nebenmaxima stark ab, z.B. hat ein Nebenmaximum in der Mitte zwischen 2 Hauptmaxima ca. $1/N^2$ von deren Intensität.

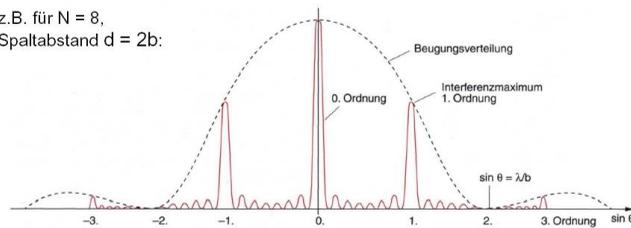
Beides zusammen ermöglicht hohe räumliche oder spektrale Auflösung.

Gitterinterferenz

Interferenzterm bewirkt:

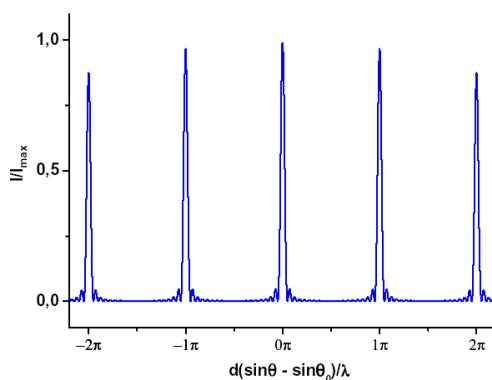
- Hauptmaxima, wenn Zähler + Nenner gleichzeitig = 0
- (N-1) Minima (Nullstellen der Intensität), wenn Zähler = 0
- (N-2) Nebenmaxima

z.B. für $N = 8$,
Spaltabstand $d = 2b$:



Hauptmaxima kommen durch die konstruktive Interferenz *aller* Teilbündel zustande, bei Nebenmaxima trägt nur ein Teil der Bündel konstruktiv zur Interferenz bei

Gitterauflösung



Analog zur Betrachtung am Anfang des Kap.6 wird die (volle) Halbwertsbreite eines Maximums durch Beugung an der Austrittsöffnung (effektive Gitterbreite) bestimmt:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd} \frac{1}{\cos\theta_m} \approx \frac{\lambda}{Nd}$$

⇒ Die Hauptmaxima sind daher umso schmaler, je mehr Spalte zur Interferenz beitragen

Auflösungsvermögen eines Gitters

• spektrales Auflösungsvermögen des Gitters:

Zwei Wellenlängen λ_1, λ_2 sind getrennt beobachtbar („auflösbar“), wenn ihre unterschiedlichen Ablenkwinkel θ_1, θ_2 sich mindestens um die volle Halbwertsbreite $\Delta\theta$ des Hauptmaximums unterscheiden:

$$\sin \theta_{1,2} = \frac{m \cdot \lambda_{1,2}}{d}$$

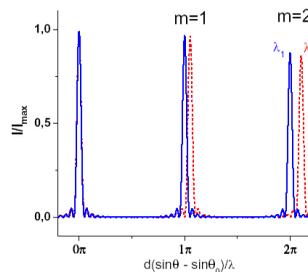
$$\frac{m}{d}(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{m}{d} \Delta\lambda = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 =$$

$$= 2 \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \Delta\theta' \cdot \cos \left(\theta_1 + \frac{\Delta\theta'}{2} \right)$$

$$\Delta\theta' \geq \Delta\theta = \frac{\lambda}{N d \cos \theta_m} \Rightarrow \frac{m}{d} \Delta\lambda = \frac{\lambda}{N d} \frac{\cos(\theta_1 + \Delta\theta'/2)}{\cos \theta_1} \approx \frac{\lambda}{N d}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N$$

Auflösungsvermögen eines Gitters mit N beleuchteten Spalten in m -ter Ordnung



Auflösungsvermögen Beispiel

Die Auflösung R wird durch das Verhältnis von $\lambda/|\Delta\lambda|$ bestimmt. Ebenso gilt der Zusammenhang, dass die Auflösung proportional zur Anzahl N der beleuchteten Spalten ist, sodass gilt:

$$R = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = m \cdot N$$

So ergibt sich für ein Gitter der Breite 5 cm und einer Strichauflösung von 1200 l/mm in der ersten Ordnung $m=1$

$$R = N = 50mm \cdot 1200 \frac{l}{mm} = 60000$$

Die Auflösung dieses Gitters bei einer Wellenlänge $\lambda = 500nm$ beträgt

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m \cdot N} = \frac{500nm}{1 \cdot 60000} = 0,0084nm$$

Das theoretische Auflösungsvermögen des Gitters beträgt bei $\lambda=500nm$

$$\lambda \pm \Delta\lambda = 500nm \pm 0,0084 nm$$

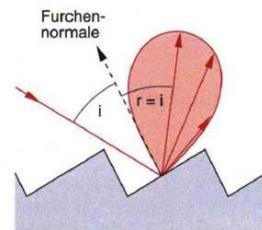
Blaze Gitter



Reflexionsgitter:

Beugungsgitter werden vor allem für die Spektralanalyse von Licht eingesetzt. Technisch verwendet man dazu meist Reflexionsgitter wegen

- höherer Lichtstärke, insbesondere im „Blaze“-Winkel (Beugungsmaximum in Richtung der normalen Reflexion)
- einfacherer Herstellung von Gittern mit großer Strichzahl (\leftrightarrow hohe spektrale Auflösung)

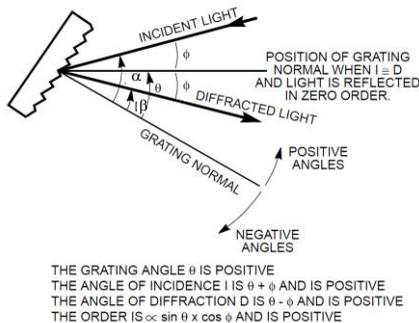


13 29.04.2016

Dr.-Ing. Klaus Trampert | optoelektronische Messtechnik | 02 | Optische Gitter

Lichttechnisches Institut | Allgemeine Lichttechnik

Gittergleichung



Φ = Hälfte des Winkels zwischen Einfallrichtung und Richtung des gebeugten Strahls = Aufspaltwinkel
 θ = Winkel der Gitternormalen relativ zur Richtung der 0. Ordnung = Drehwinkel

- Gitter = Winkeldispersion
- Im Monochromator wird Einfallrichtung baulich gegeben.
- Variation der Wellenlänge durch Drehung des Gitters
- Drehung des Gitters ändert β und α aber Differenz zwischen beiden bleibt konstant

Gittergleichung

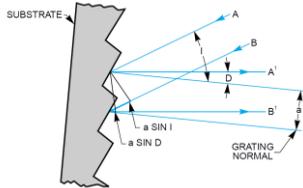
$$m\lambda = 2 \times d \times \cos \Phi \times \sin \theta$$

14 29.04.2016

Dr.-Ing. Klaus Trampert | optoelektronische Messtechnik | 02 | Optische Gitter

Lichttechnisches Institut | Allgemeine Lichttechnik

Winkel- & Lineare Dispersion



Winkeldispersion
$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \beta}$$

Lineare Dispersion
$$\frac{dL}{d\lambda} = f \cdot \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{f \cdot m}{d \cdot \cos \beta}$$

Spektrale Breite am Spalt
$$\Delta\lambda_s = s \cdot \frac{dL}{d\lambda} = s \cdot f \cdot \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{s \cdot f \cdot m}{d \cdot \cos \beta}$$

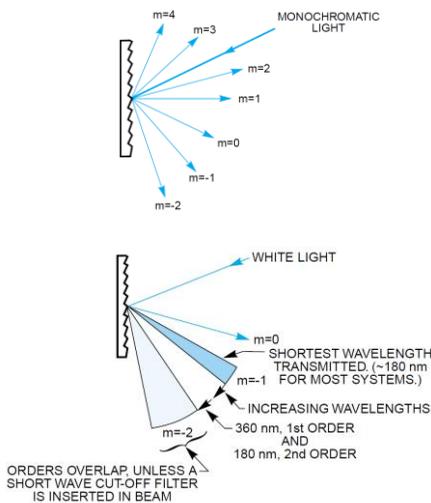
Hält man den Winkel α in der Gittergleichung konstant und leitet man nach der Wellenlänge ab, so erhält man:

$$d \cdot \cos \beta \cdot d\beta = m \cdot d\lambda$$

Am Spalt ist lineare Dispersion dann gegeben durch die Winkeldispersion und den optischen Weg, d.h. die Fokusslänge f .

Die spektrale Breite am Spalt ist somit gegeben durch das Produkt aus Spaltbreite s und linearer Dispersion.

Gitterordnung



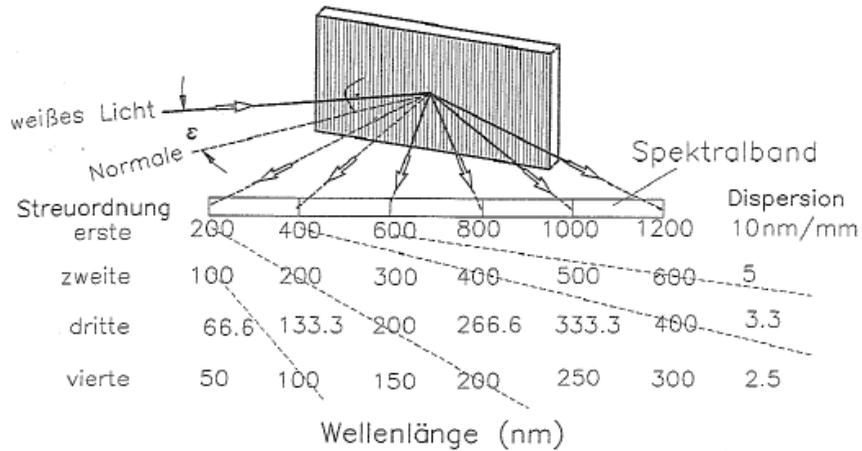
- Die Gittergleichung beschreibt die Relation zwischen Winkel und reflektierter Wellenlänge. Für ein bestimmtes Gitter ist d const. und somit ist die Winkelbeziehung für ein konstantes Produkt aus Ordnung m und Wellenlänge λ auch konstant.

- m = Ordnung der Beugung
- Für $m = 0$ ist die Gittergleichung für alle λ erfüllt =>
 - Gitter = Spiegel
 - Keine Aufspaltung
 - Möglichkeit zur Prüfung der Justage
- Üblicherweise wird in der 1. Ordnung gearbeitet.

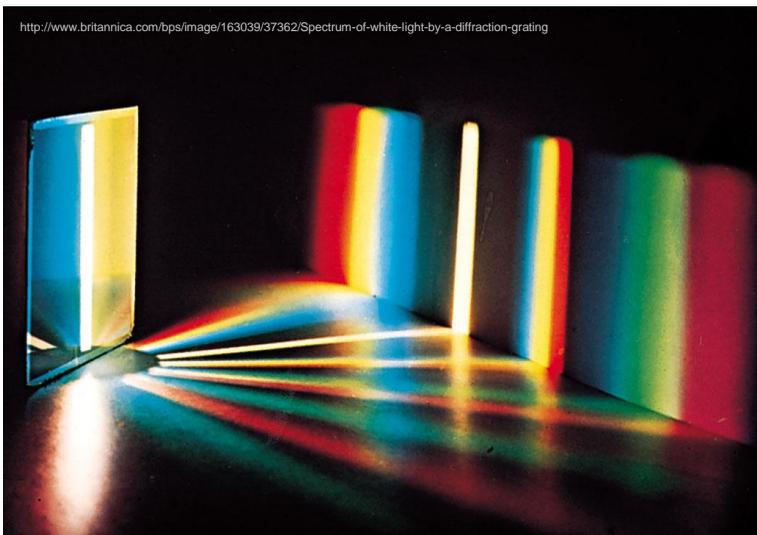
Gittergleichung

$$\frac{m \cdot \lambda}{d} = \sin(\alpha) + \sin(\beta)$$

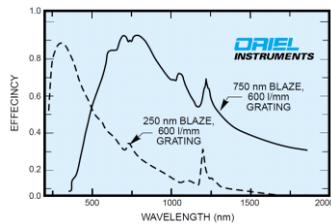
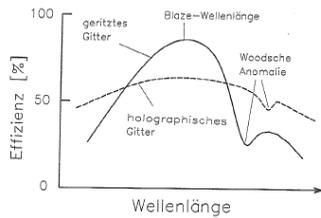
Ordnungsproblem



Anwendung dispersiver Elemente



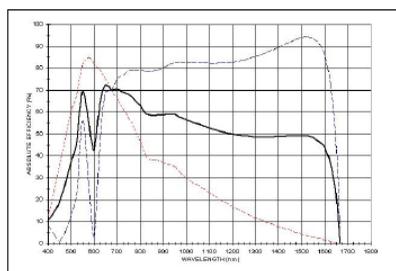
Gittereigenschaften



Eigenschaften

- Effizienz = Reflektion
 - Stark Wellenlängen-abhängig
 - Einbrüche möglich
 - Vorsicht: Woodsche Anomalien (Plasmonen)
- Blazewinkel = maximale Reflektion
- kein Blazewinkel bei Holographischen Gittern
- Gitterkonstanten
 - typ. 600 -1200 l/mm (VIS)
 - typ. 150 - 300 l/mm (IR)
 - Max 3200 l/mm (VUV)

Reflektion von Gittern

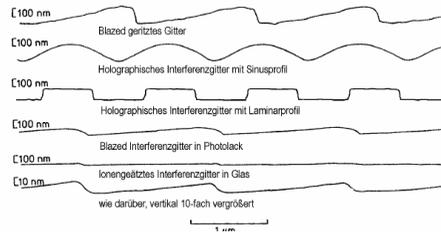


1200 grooves/mm BLAZED at 750 nm

--- Perpendicular Polarization
..... Parallel Polarization
——— Average

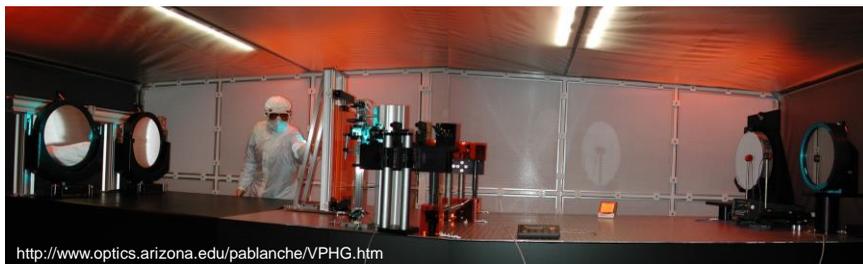
- stark wellenlängenabhängig
- Effizienz = Reflektion
 - Stark Wellenlängen-abhängig
 - Einbrüche möglich
 - Vorsicht: Woodsche Anomalien (Plasmonen)
- Achtung: Polarisation beachten
 - unterschiedliche Eigenschaften
 - Furchen im Gitter

Gittertypen



- Verschiedene Typen holographisch erzeugter Interferenzgitter im Vergleich mit einem geritzten Gitter.
- Durch Ionenätzen können aus einem Interferenzgitter mit Sinusprofil Gitter mit Rechteckstufenprofil und Blaze, Laminarprofil und andere hergestellt werden.

Herstellung holographischer Gitter



- Strukturbildung durch Interferenzbelichtung in Photolack
- Laser interferiert mit sich selbst > Periodische Strukturen im Bereich der Wellenlänge
- herstellbare Gittergröße abhängig
 - von Kohärenzlänge des Lasers
 - Vom optischem Weg

